

EINSATZ DIGITALER PRÜFUNGEN IN DER MATHEMATIK

- EIN ERFAHRUNGSBERICHT -

Karin Landenfeld, Jonas Priebe, Niels Gandraß
Hochschule für Angewandte Wissenschaften Hamburg



5.Workshop „MINT digital“ – Schwerpunkt „Digitale Prüfungen, E-Assessment“
7./8.September 2026

Agenda

(1) Digitale Prüfungsszenarien

(2) Ablauf einer digitalen Prüfung

(3) Digitale Prüfungsaufgaben

(4) Erfahrungen und Studierenden-Feedback

(5) Ausblick

DIGITALE PRÜFUNGSSZENARIEN

Prüfungsszenario 1 „Abschlussprüfung“

- Eine Prüfung am Semesterende
- Im PC-Pool an der Hochschule
- In abgesicherter Prüfungsumgebung
- Digitale Übungsaufgaben zum Üben während des Semesters
- Zwischentests für Prüfungsvorleistung, ggfs. mit Bonuspunkten

DIGITALE PRÜFUNGSSZENARIEN

Prüfungsszenario 1 „Abschlussprüfung“

- Eine Prüfung am Semesterende
- Im PC-Pool an der Hochschule
- In abgesicherter Prüfungsumgebung
- Digitale Übungsaufgaben zum Üben während des Semesters
- Zwischentests für Prüfungsvorleistung, ggfs. mit Bonuspunkten

Prüfungsszenario 2 „semesterbegleitende Prüfung“

- 3 Prüfungskomponenten während des Semesters
- ergeben zusammen die Note
- jeweils im PC-Pool an der Hochschule
- in abgesicherter Prüfungsumgebung
- Digitale Übungsaufgaben zum Üben während des Semesters
- Besonderheit: Studierende konnten wählen, ob Prüfung semesterbegleitend oder eine Abschlussprüfung am Ende

DIGITALE PRÜFUNGSSZENARIEN

Prüfungsszenario 1 „Abschlussprüfung“

- Separates Prüfungs-Moodle mit STACK, JSXGraph, Coderunner
- Trennung Semestercontent von Prüfungen
- Verwendung digitaler Übungsaufgaben während des Semesters zum Einüben der Funktionalitäten und Formeleingaben

Prüfungsszenario 2 „semesterbegleitende Prüfung“

DIGITALE PRÜFUNGSSZENARIEN

Prüfungsszenario 1 „Abschlussprüfung“

- Separates Prüfungs-Moodle mit STACK, JSXGraph, Coderunner
- Trennung Semestercontent von Prüfungen
- Verwendung digitaler Übungsaufgaben während des Semesters zum Einüben der Funktionalitäten und Formeleingaben

-
- Absicherung der PC-Pools mit einheitlichem Linux-basiertem Prüfungs-OS Examuntu
 - Geringer Aufwand für PC-Pool-Administratoren durch zentralen Netzwerkboot
 - Identische Prüfungsbedingungen in allen PC-Pools

Prüfungsszenario 2

„semesterbegleitende Prüfung“

DIGITALE PRÜFUNGSSZENARIEN

Prüfungsszenario 1 „Abschlussprüfung“

- Separates Prüfungs-Moodle mit STACK, JSXGraph, Coderunner
- Trennung Semestercontent von Prüfungen
- Verwendung digitaler Übungsaufgaben während des Semesters zum Einüben der Funktionalitäten und Formeleingaben

-
- Absicherung der PC-Pools mit einheitlichem Linux-basiertem Prüfungs-OS Examuntu
 - Geringer Aufwand für PC-Pool-Administratoren durch zentralen Netzwerkboot
 - Identische Prüfungsbedingungen in allen PC-Pools

-
- Aufsicht durch Lehrende/ Mitarbeiter*innen

Prüfungsszenario 2 „semesterbegleitende Prüfung“

Agenda

(1) Digitale Prüfungsszenarien

(2) Ablauf einer digitalen Prüfung

(3) Digitale Prüfungsaufgaben

(4) Erfahrungen und Studierenden-Feedback

(5) Ausblick

ABLAUF EINER DIGITALEN PRÜFUNG



ABLAUF EINER DIGITALEN PRÜFUNG

Prüfungsvorbereitung



Prüfungsdurchführung



Prüfungsnachbereitung

Liste der
Prüfungs-
teilnehmer
erstellen

Prüfungs-
aufgaben
Inhalt/Didaktik
entwickeln/wählen

Prüfungs-
accounts
erstellen /
One-Click-
Lösung als Plugin

Prüfungs-
aufgaben in
Moodle umsetzen

Räume im PC-
Pool reservieren+
Prüfungskalender
eintragen

Prüfung mit
Aufgaben als
Moodle-Test
einrichten

ABLAUF EINER DIGITALEN PRÜFUNG

Prüfungsvorbereitung



Prüfungsdurchführung



Prüfungsnachbereitung

Liste der
Prüfungs-
teilnehmer
erstellen

Prüfungs-
aufgaben
Inhalt/Didaktik
entwickeln/wählen

PCs im Prüfungs-
modus
hochfahren

Kennwort zum
Start der Prüfung
ansagen

Prüfungs-
accounts
erstellen /
One-Click-
Lösung als Plugin

Prüfungs-
aufgaben in
Moodle umsetzen

Prüfungs-
accounts zum
Einloggen
austeilen

Aufsicht durch
Lehrende

Räume im PC-
Pool reservieren+
Prüfungskalender
eintragen

Prüfung mit
Aufgaben als
Moodle-Test
einrichten

Organisato-
risches klären,
Unterschriften

Unterstützung
durch MA:
Troubleshooting,
Sperrung am Ende

ABLAUF EINER DIGITALEN PRÜFUNG

Prüfungsvorbereitung



Prüfungsdurchführung



Prüfungsnachbereitung

Liste der Prüfungsteilnehmer erstellen

Prüfungsaufgaben Inhalt/Didaktik entwickeln/wählen

PCs im Prüfungsmodus hochfahren

Kennwort zum Start der Prüfung ansagen

Überprüfung der automatisierten Korrektur

Freigabe zur Einsicht für Studierende

Prüfungsaccounts erstellen / One-Click-Lösung als Plugin

Prüfungsaufgaben in Moodle umsetzen

Prüfungsaccounts zum Einloggen austeilern

Aufsicht durch Lehrende

ggfs. Überarbeitung des Feedbackbaums + Neubewertung

Export der Versuche als pdf (PDF/A und digitale Signatur)

Räume im PC-Pool reservieren+ Prüfungskalender eintragen

Prüfung mit Aufgaben als Moodle-Test einrichten

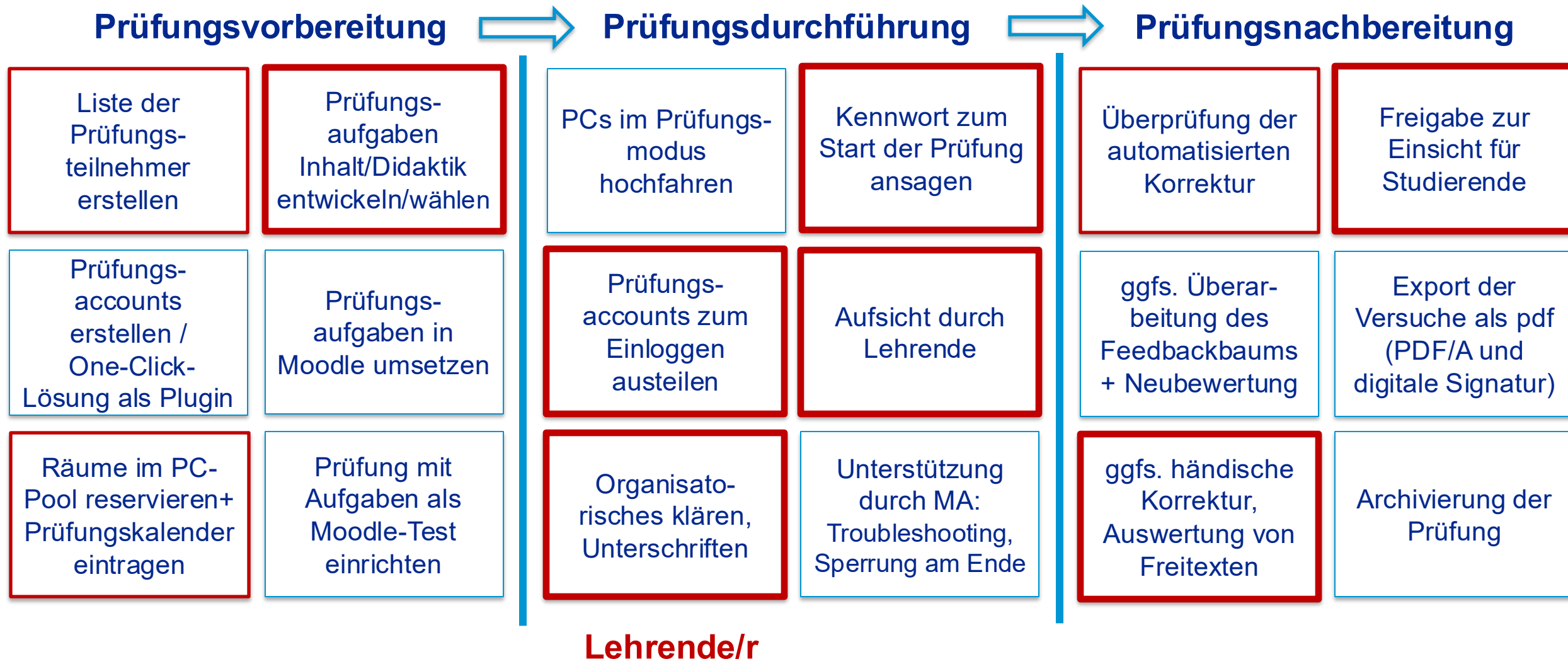
Organisatorisches klären, Unterschriften

Unterstützung durch MA: Troubleshooting, Sperrung am Ende

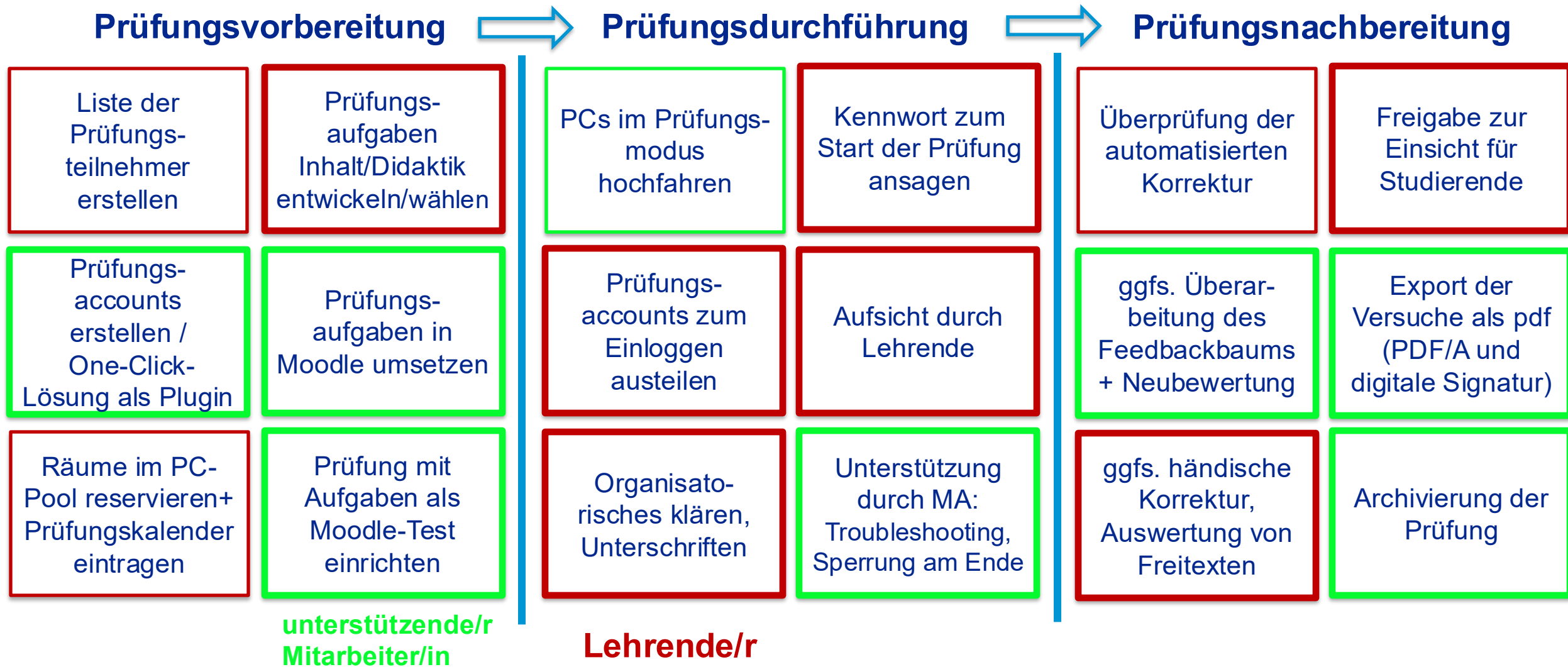
ggfs. händische Korrektur, Auswertung von Freitexten

Archivierung der Prüfung

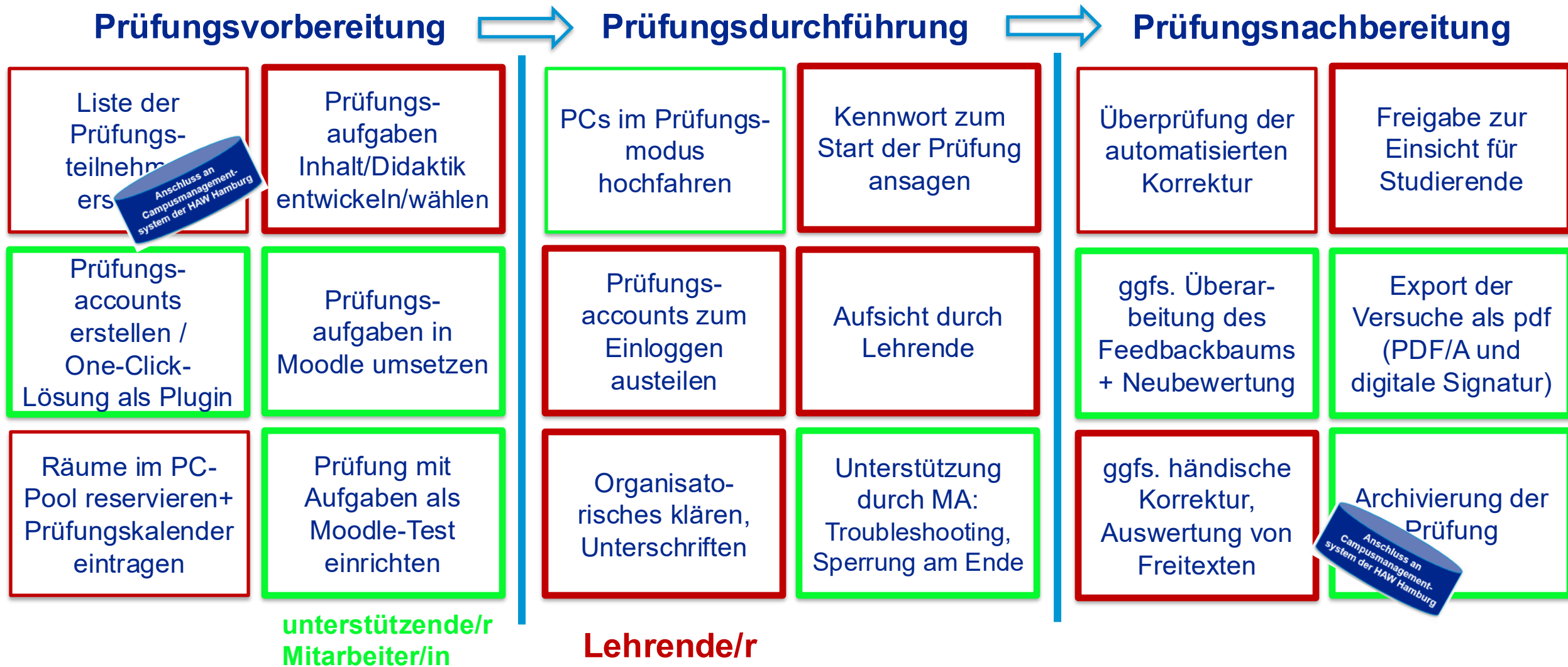
ABLAUF EINER DIGITALEN PRÜFUNG



ABLAUF EINER DIGITALEN PRÜFUNG



ABLAUF EINER DIGITALEN PRÜFUNG



Agenda

- (1) Digitale Prüfungsszenarien
- (2) Ablauf einer digitalen Prüfung
- (3) Digitale Prüfungsaufgaben**
- (4) Erfahrungen und Studierenden-Feedback
- (5) Ausblick

DIGITALE PRÜFUNGSAUFGABEN - BEISPIELE

Faktenwissen

Wenn die charakteristische Gleichung einer homogenen linearen DGL 2. Ordnung zwei komplexe Lösungen, $a + bj$ und $a - bj$, besitzt, dann ist die allgemeine Lösung: ($A, B \in \mathbb{R}$)

Wählen Sie eine Antwort:

- ☐ $y_h = e^x (A \cos(ax) + B \sin(bx))$
- ☐ $y_h = e^x (A \cos(bx) + B \sin(ax))$
- ☐ $y_h = e^{bx} (A \cos(ax) + B \sin(ax))$
- ☐ $y_h = e^{ax} (A \cos(bx) + B \sin(bx))$

Übertragenes Faktenwissen

Prüfen Sie für die folgenden Differentialgleichungen, ob sie separierbar sind oder nicht. Schieben Sie die DGLn in die passenden Felder.

separierbar

nicht separierbar



$y' = 2y + \ln x$



$y' = x^2(y + 5)$



$y' = \sin(x) + y$



$y' = e^{x-4y}$



$y' = \sin(y)(x - 1)$

DIGITALE PRÜFUNGSAUFGABEN - BEISPIELE

Berechnungsaufgabe mit vorgegebenen Schritten

Gegeben ist die folgende Differentialgleichung:

$$\frac{dy}{dx} = \frac{1}{e^{3 \cdot x} \cdot y}$$

Lösen Sie die DGL mittels Separation der Variablen.

Hinweis: Die Verwendung des Zeichens * für das Malzeichen in Ihren Antworten ist in dieser Aufgabe zwingend erforderlich!

(1) Geben Sie zunächst die separierte Gleichung **nach der Trennung der Variablen** an.

$$\int \boxed{} \boxed{\updownarrow} = \int \boxed{} \boxed{\updownarrow}$$

(2) Wie sieht die Gleichung **direkt nach der Integration** aus?

$$\boxed{} = \boxed{} \text{ mit } C \in \mathbb{R}$$

(3) Bestimmen Sie die **allgemeine Lösung** der DGL:

$$y = \boxed{} \text{ mit } C \in \mathbb{R}$$

(4) Bestimmen Sie die **spezielle Lösung** der DGL **mit der Anfangsbedingung** $y(0) = 0$:

$$y = \boxed{}$$



- Überprüfung, ob das Berechnungsverfahren beherrscht wird
- Mehrere vorgegebene Berechnungsschritte ermöglichen eine Folgefehlererkennung
- Vergabe von Teilpunkten ist möglich

DIGITALE PRÜFUNGSAUFGABEN - BEISPIELE

Berechnungsaufgabe mit Wahl der Vorgehensweise und anschließendem Aufblenden benötigter Eingabefelder

Aufgabe. Es sei

$$\frac{dy}{dx} = \frac{1}{x-y} + 1$$

eine Differentialgleichung der 1. Ordnung. Bestimme die allgemeine Lösung dieser Differentialgleichung.

(a) Wähle ein Lösungsverfahren aus:

(Meine Auswahl zurücksetzen)

(Meine Auswahl zurücksetzen)

Separation der Variablen

Substitution und dann Separation der Variablen

Variation der Konstanten

Verwende Separation der Variablen und berechne die entstehenden Integrale:

$$\int \boxed{} dy = \int \boxed{} dx$$

$$\boxed{} = \boxed{}, C \in \mathbb{R}$$

DIGITALE PRÜFUNGSAUFGABEN - BEISPIELE

Berechnungsaufgabe mit Wahl der Vorgehensweise und anschließendem Aufblenden benötigter Eingabefelder

Aufgabe. Es sei

$$\frac{dy}{dx} = \frac{1}{x-y} + 1$$

eine Differentialgleichung der 1. Ordnung. Bestimme die allgemeine Lösung dieser Differentialgleichung.

(a) Wähle ein Lösungsverfahren aus:

(Meine Auswahl zurücksetzen) ▾

(Meine Auswahl zurücksetzen)

Separation der Variablen

Substitution und dann Separation der Variablen

Variation der Konstanten

Substituiere

$$u = \text{[Eingabefeld]}$$

in die ursprüngliche Differentialgleichung um anschließend eine neue Differentialgleichung zu erhalten:

$$\frac{du}{dx} = \text{[Eingabefeld]}$$

Verwende Separation der Variablen und berechne die entstehenden Integrale:

$$\int \text{[Eingabefeld]} du = \int \text{[Eingabefeld]} dx$$

$$\text{[Eingabefeld]} = \text{[Eingabefeld]}, C \in \mathbb{R}$$

DIGITALE PRÜFUNGSAUFGABEN - BEISPIELE

Berechnungsaufgabe mit Wahl der Vorgehensweise und anschließendem Aufblenden benötigter Eingabefelder

Aufgabe. Es sei

$$\frac{dy}{dx} = \frac{1}{x-y} + 1$$

eine Differentialgleichung der 1. Ordnung. Bestimme die allgemeine Lösung dieser Differentialgleichung.

(a) Wähle ein Lösungsverfahren aus:

(Meine Auswahl zurücksetzen)

(Meine Auswahl zurücksetzen)

Separation der Variablen

Substitution und dann Separation der Variablen

Variation der Konstanten

Substituiere

$$u =$$

in die ursprüngliche Differentialgleichung um anschließend eine neue Differentialgleichung zu erhalten:

$$\frac{du}{dx} =$$

Verwende Separation der Variablen und berechne die entstehenden Integrale:

$$\int \quad du = \int \quad dx$$

$$= , C \in \mathbb{R}$$

Verwende Separation der Variablen und berechne die entstehenden Integrale:

$$\int \quad dy = \int \quad dx$$

$$= , C \in \mathbb{R}$$

(b) Bestimme den Lösungsraum der Differentialgleichung:

$$y(x) = , C \in \mathbb{R}$$

DIGITALE PRÜFUNGSAUFGABEN - BEISPIELE

Berechnung/ Reflexion fokussiert auf bestimmte Kompetenzen

Gegeben sind die DGL

$$3y'' - 3y' - 6y = \sin(x)$$

sowie die Lösungen der charakteristischen Gleichung:

$$\lambda_1 = -1 \text{ und } \lambda_2 = 2$$

(1) Wie lauten die Basislösungen des Fundamentalsystems?

$$y_1(x) = \text{[]}$$

$$y_2(x) = \text{[]}$$

(2) Geben Sie die allgemeine Lösung der homogenen DGL an. Bitte benennen Sie die reellen Konstanten mit C und D .

$$y_h(x) = \text{[]}$$

(3) Die partikuläre Lösung der inhomogenen DGL ist gegeben durch:

$$y_p(x) = \frac{\cos(x)}{30} - \frac{\sin(x)}{10}$$

Dann ist die allgemeine Lösung der inhomogenen DGL:

$$y(x) = \text{[]}$$

- Reduzierung des Berechnungsaufwands durch Angabe von Teilergebnissen
- Mehr Fokus auf Verständnis

DIGITALE PRÜFUNGSAUFGABEN - BEISPIELE

Verständnisaufgabe: „Inverse“ Fragestellung – von der Lösung zur DGL

Gegeben sind die Basislösungen einer linearen, homogenen DGL 2. Ordnung mit konstanten Koeffizienten:

$$y_1(x) = \cos(6 \cdot x)$$

$$y_2(x) = \sin(6 \cdot x)$$

1. Welche Lösungen der charakteristischen Gleichung können Sie an den Basislösungen erkennen?

$$\lambda_1 = \text{[]}, \quad \lambda_2 = \text{[]}$$

2. Wie lautet dann die konkrete charakteristische Gleichung der DGL?

Hinweis: Geben Sie λ als **lambda** ein.

$$\text{[]} = 0$$

3. Bitte geben Sie nun die zugehörige Differentialgleichung an. Ergänzen Sie dafür die Lücken.

$$y'' + \text{[]} y' + \text{[]} y = \text{[]}$$

Von der Lösung einer DGL

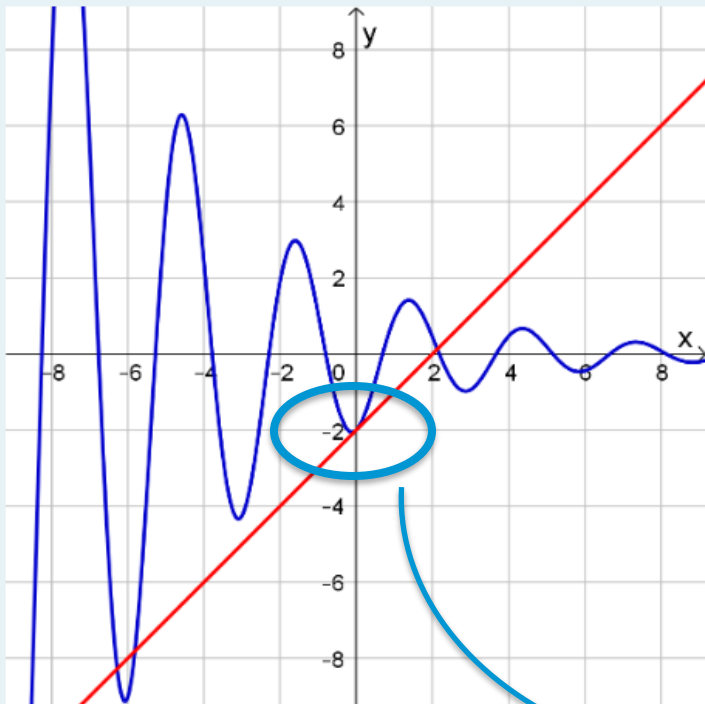
schlussfolgern

auf die zugehörige DGL

DIGITALE PRÜFUNGSAUFGABEN - BEISPIELE

Transferaufgabe: Graphik interpretieren und anwenden

In der nachfolgenden Abbildung ist die spezielle Lösung einer linearen homogenen DGL 2. Ordnung mit konstanten Koeffizienten (blauer Kurvenverlauf) dargestellt.



a) Auf welche Eigenschaften der Nullstellen des charakteristischen Polynoms können Sie aufgrund der Abbildung (blauer Kurvenverlauf) schließen?

- ☐ Die Nullstellen sind reell und doppelt.
- ☐ Die Nullstellen sind reell und verschieden.
- ☐ Die Nullstellen sind komplex mit negativem Realteil.
- ☐ Die Nullstellen sind komplex mit positivem Realteil.
- ☐ Es kann keine Aussage getroffen werden.

b) Bestimmen Sie anhand der Abbildung (rote Tangente) die Anfangsbedingungen, mit denen sich diese Lösung ergeben hat:

$$y(0) = \boxed{}$$

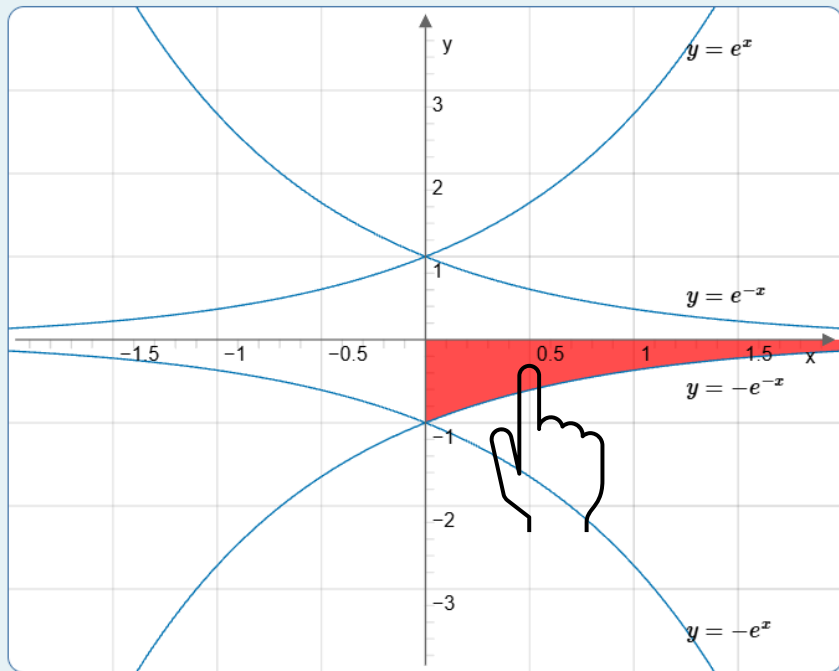
$$y'(0) = \boxed{}$$

DIGITALE PRÜFUNGSAUFGABEN - BEISPIELE

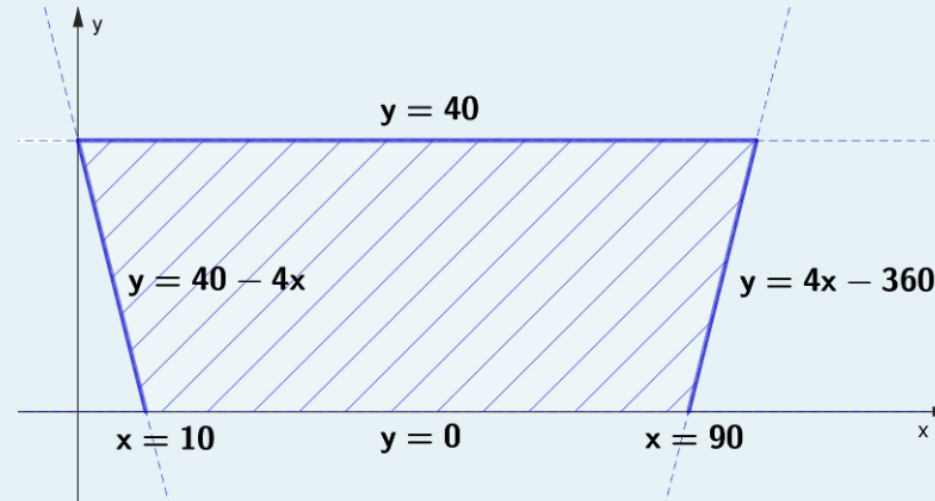
Verständnisaufgaben: graphische Bedeutung/Interpretation ↔ Formeldarstellung

Visualisieren Sie in der nachfolgenden Abbildung, was mit diesem Integral berechnet wird.

$$\int_{x=0}^{x=\infty} \int_{y=0}^{y=-e^{-x}} 1 \, dy \, dx$$



Bestimmen Sie die schraffierte Fläche F mit nur **einem** Doppelintegral.



Ergänzen Sie die Integrationsgrenzen, den Integranden des Doppelintegrals und die Differentiale dx bzw. dy .

Hinweis: Notieren Sie die Integrationsgrenzen mit vorangestellten " $x =$ " bzw. " $y =$ ", z.B. als " $x = 0$ ".

$$F = \int \int \text{[]} \text{[]} \text{[]} \text{[]}$$

DIGITALE PRÜFUNGSAUFGABEN - BEISPIELE

Verständnisaufgaben mit Begründung in Textfeldern

Wie groß kann der Konvergenzradius der Taylorreihe der Funktion $f(x) = \frac{1}{(1-x)^2}$ maximal sein, wenn der Entwicklungspunkt $x_0 = -1$ wäre?

- ☐ 2
- ☐ 3
- ☐ 1
- ☐ -2
- ☐ ∞
- ☐ 0
- ☐ -1

Begründen Sie Ihre Wahl in 1 bis 2 Sätzen.

Hinweis: Eine Vergabe von Punkten für c) erfolgt nur bei korrekter Begründung!

- Hier: keine Berechnungen notwendig
- Fokus auf Verständnis
- ...mit Begründung
- Händische Auswertung notwendig

Agenda

- (1) Digitale Prüfungsszenarien
- (2) Ablauf einer digitalen Prüfung
- (3) Digitale Prüfungsaufgaben
- (4) Erfahrungen und Studierenden-Feedback**
- (5) Ausblick

ERFAHRUNGEN UND STUDIERENDEN-FEEDBACK

Aussagen von Studierenden - was wir beobachten:

- Studierende schätzen digitale **Übungsaufgaben zum Lernen sehr, wenn sie gut gemacht sind.**
 - Ihnen ist wichtig, dass der **Lösungsweg eingegeben** werden kann.
 - Den Studierenden sind gute **ausgebaute Feedbacks und Lernhinweise** wichtig.
 - Studierende schätzen die **Option „Gleiche Aufgabe wie diese“** zum wiederholten Üben einer Aufgabe.
-
- Studierende benennen, dass **digitale Zwischentests die kontinuierliche Mitarbeit fördern** und schätzen Bonuspunkte.
 - Studierende **favorisieren semesterbegleitende Prüfungen**, wenn ihnen die Wahlmöglichkeit gegeben wird.

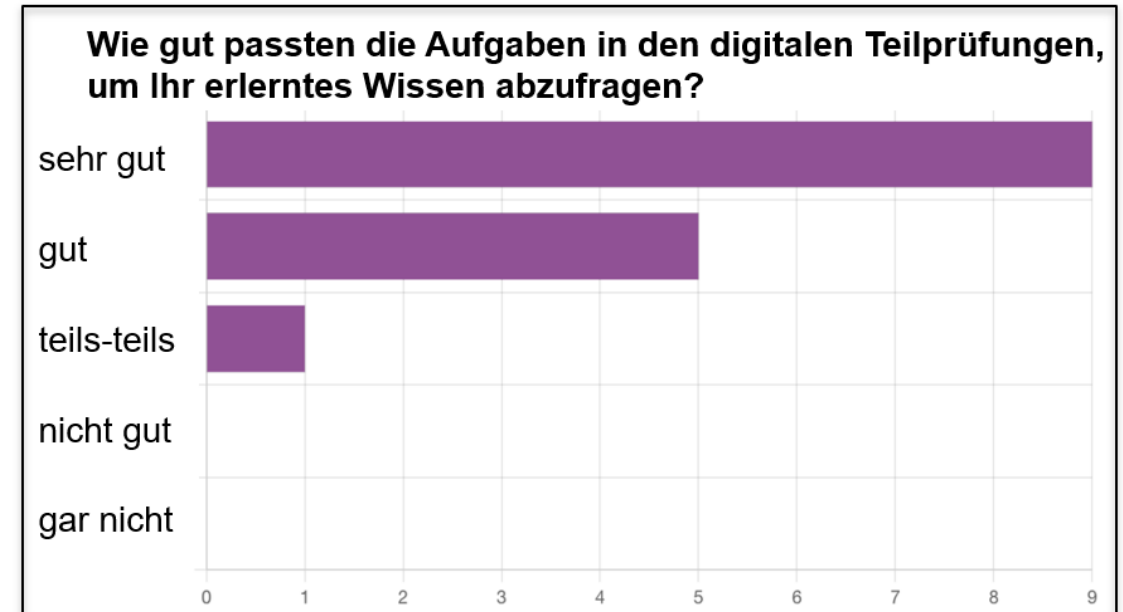
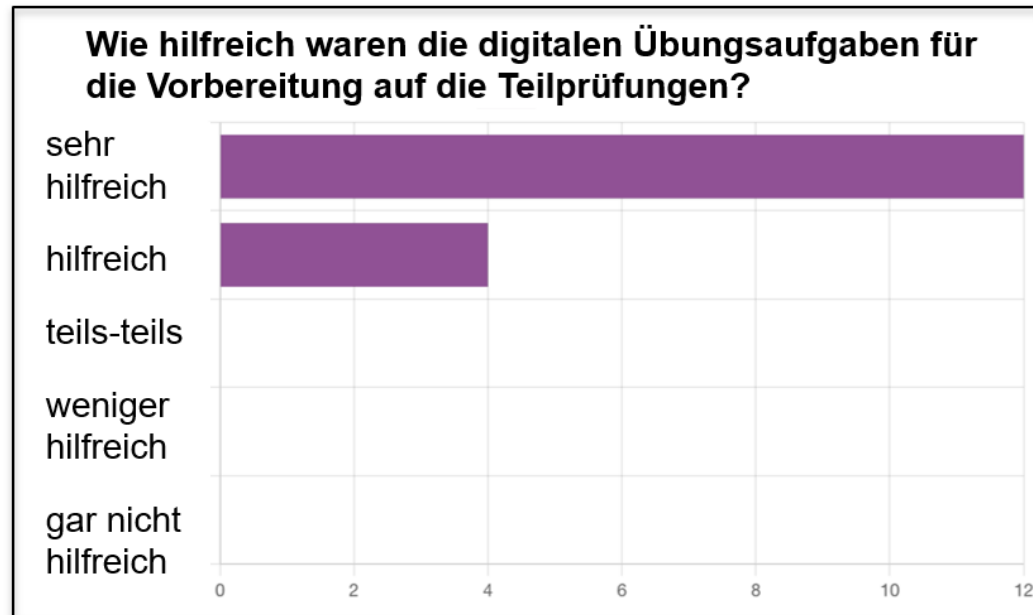
Aus Evaluation 2.Semester MA2 SoSe 2024

Aus mündlicher Studierendenbefragung 1.Semester MA1 WS25/26

ERFAHRUNGEN UND STUDIERENDEN-FEEDBACK

Studierenden-Feedback zum Prüfungsszenario 2 „Semesterbegleitende Prüfung“

- **Mathematik 2 – Studiengang Regenerative Energien im SoSe 2024** (24 Studierende)
- **Prüfungsform: semesterbegleitende Prüfung mit 3 Prüfungskomponenten**
+ Wahlmöglichkeit: nur eine Abschlussprüfung am Ende in der Prüfungsperiode
- **Studierenden – Evaluation:** Teilnahme 16 Studierende



ERFAHRUNGEN UND STUDIERENDEN-FEEDBACK

Studierenden-Feedback zum Prüfungsszenario 2 „Semesterbegleitende Prüfung“

- **Mathematik 2 – Studiengang Regenerative Energien im SoSe 2024** (24 Studierende)
- **Prüfungsform: semesterbegleitende Prüfung mit 3 Prüfungskomponenten**
+ Wahlmöglichkeit: nur eine Abschlussprüfung am Ende in der Prüfungsperiode
- **Studierendenfeedback: O-Töne der Studierenden**

- „Ich würde es wieder wählen. Es **motiviert mich während der Semester mit der Vorlesung zu lernen**. Infolgedessen **verstehe ich die Themen auch besser**.“
- „Man ist näher im Thema drin und die **Klausur fällt am Ende weg**.“
- „Es führte tatsächlich dazu, dass man mehr behält und insgesamt mehr lernt. Ein **kleiner Nachteil** ist, dass es **durch die nebenbei laufenden Praktika stressiger** wurde.“

ERFAHRUNGEN UND STUDIERENDEN-FEEDBACK

Was uns wichtig ist:

allgemein

- **Digitale Übungsaufgaben und digitale Prüfungen gehören zusammen.**
- Die Einbettung digitaler Aufgaben ins **didaktische Konzept** der Vorlesung ist wichtig.
- Die Prüfung sollte im gleichen Systemtyp „Moodle“ mit gleicher Ausstattung wie die digitalen Übungsaufgaben stattfinden.

Aufgaben

- Möglichst **keine Rechenaufgaben** mit einer langen Berechnung und **nur einem Eingabefeld** → kein detailliertes Feedback möglich
- Aufgaben so stellen, dass die **gewünschten Kompetenzen abgefragt** werden und zusätzlicher Rechenaufwand vermieden wird
- Die **Mischung verschiedener Aufgabentypen** ist in der Prüfung genauso wichtig wie bei den Übungsaufgaben - Spaß am Lernen, Erfassung aller Kompetenzen

Bestimmen Sie die allgemeine Lösung der DGL

$$\frac{dy}{dx} = \frac{3 \cdot x}{\cos(y)}$$

y =

ERFAHRUNGEN UND STUDIERENDEN-FEEDBACK

Was uns wichtig ist:

Bewertung

- Gutes Durchdenken **möglicher Fehler** und der **Teilpunkte** wichtig (aber Änderungen nach der Klausur sind möglich)
- **Händische Nachkorrektur** bei geringer Anzahl digitaler Prüfungen möglich und hilfreich,
 - um **Textfelder** ohne automatisierte Auswertung zu bewerten,
 - um Eingaben der Studierenden bei **Eingabefehlern** noch zu bewerten,
 - um einen noch **nicht vollständig ausgereiften Feedbackbaum** zu verfeinern und die Aufgabe neu zu bewerten

Lehrende

-
- **Lehrende benötigen Unterstützung** bei der Erstellung der Aufgaben, bei der Einrichtung, Durchführung und Auswertung von Prüfungen
 - Lehrende haben in der Regel **zu wenig Zeit und zu geringe Moodle/STACK/JSXGraph-Kenntnisse** für die eigenständige Entwicklung ausgereifter digitaler Übungs- und Prüfungsaufgaben.
 - Lehrende haben häufig **zu wenig Informationen über digitale Prüfungsmöglichkeiten** und deren Einsatzmöglichkeiten an ihrer Hochschule.

Agenda

- (1) Digitale Prüfungsszenarien
- (2) Ablauf einer digitalen Prüfung
- (3) Digitale Prüfungsaufgaben
- (4) Erfahrungen und Studierenden-Feedback
- (5) Ausblick**

AUSBLICK

(1) Lehrende für digitale Aufgaben und Prüfungen „begeistern“

(2) Neues Prüfungsszenario „Prüfung on Demand“ entwickeln

- **Ziel: Verbesserung der Prüfungssituation** für die Studierenden
Steigerung der Studierbarkeit und der Studienerfolgsquote
- **Zeitlich flexibel** - der Studierende bestimmt die Zeit
- **Individuell durchführbar** – eine separate Prüfung für jeden Studierenden
- **Im PC-Pool unter Aufsicht** – vorherige Reservierung eines Platzes
- **Automatisierte Erstellung der Prüfung** – mit automatisierter Auswertung
- **Voraussetzung:** viele gut ausgearbeitete Aufgaben mit passenden Kompetenzen





Deutsches Zentrum für digitale Aufgaben in der Hochschullehre

Aufbau nachhaltiger Strukturen für den Einsatz didaktisch ausgereifter, mehrsprachiger und taxonomierter Moodle/STACK-Aufgaben für WiMINT-Fächer in der Hochschullehre



gefördert durch die Stiftung Innovation in der Hochschullehre (StiL) im Rahmen der Lehrarchitektur

<https://dzda.info>

34